

$$\beta(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} \cdot (1-x)^{q-1} \cdot dx$$

con el cambio $x = \sin^2 \alpha$

$$\beta(p, q) = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^{2p-1} \alpha \cdot \cos^{2q-1} \alpha \cdot d\alpha$$

(Función $\beta(p, q)$)

Con el cambio $x = t/(1+t)$ en (1):

$$\beta(p, q) = \int_0^{\infty} \frac{t^{p-1}}{(1+t)^{p+q}} \cdot dt$$

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-x} \cdot x^{p-1} \cdot dx$$

con el cambio $e^{-x} = t$

$$\Gamma(p) = \int_1^{\infty} \left(\ln \frac{1}{t}\right)^{p-1} \cdot dt$$

Si hacemos el cambio $x = t^2$

$$\Gamma(p) = 2 \int_0^{\infty} e^{-t^2} \cdot t^{2p-1} \cdot dt$$

(Función $\Gamma(p)$)

$$\Gamma(p) \cdot \Gamma(1-p) = \frac{\pi}{\sin p\pi}$$

Propiedades

sobre:

* $\beta(p, q)$

* $\Gamma(p)$

Relaciones β y Γ

$$\beta(p, q) = \beta(q, p) \quad ; \quad \beta(p, q) = \frac{\Gamma(p) \cdot \Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$$

$$\Gamma(p) = (p-1)! \quad \text{si } p \in \mathbb{Z} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta(1/2, 1/2) = \pi \\ \Gamma(1) = 1 \\ \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi} \end{array} \right.$$

$$\Gamma(p) = (p-1) \Gamma(p-1) \quad \text{luego} \quad \Gamma\left(\frac{2k+1}{2}\right) = \frac{(2k-1)!!}{2^k} \cdot \sqrt{\pi}$$

$$\frac{d}{dy} \int_a^b f(x, y) \cdot dx = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial y} \cdot dx \implies \text{Derivación respecto de un parámetro. Límite no depende de } y.$$

$$\frac{d}{dy} \int_{a(y)}^{b(y)} f(x, y) \cdot dx = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial y} \cdot dx - f(a, y) \frac{da}{dy} + f(b, y) \frac{db}{dy} \implies \text{Derivación. Límite depende de } y$$

$$* \int_0^{\pi/2} \sin^{2n} x \cdot dx = \int_0^{\pi/2} \cos^{2n} x \cdot dx = \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$* \int_0^{\pi/2} \sin^{2n+1} x \cdot dx = \int_0^{\pi/2} \cos^{2n+1} x \cdot dx = \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!}$$

"WALLIS"

Integrales definidas trigonométricas.

(Integrales definidas particulares)