CRITERIOS DE CONVERGENCIA DE LAS SERIES DE TERMINOS POSITIVOS

Condición necesaria: $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ (Puede ser convergente)

$\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0 \Rightarrow$ DIVERGENTE O BIEN OSCILANTE

Criterio de Cauchy o de la raíz: $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lambda \begin{cases} \lambda < 1 & \text{CONVERGENTE} \\ \lambda > 1 & \text{DIVERGENTE} \end{cases}$

Criterio del cociente: $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \begin{cases} \lambda < 1 & \text{CONVERGENTE} \\ \lambda > 1 & \text{DIVERGENTE} \end{cases}$

Criterio de Raabe: $\lim_{n\to\infty} n\left(1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}\right) = \begin{cases} \lambda < 1 & \text{DIVERGENTE} \\ \lambda > 1 & \text{CONVERGENTE} \end{cases}$

Criterio logaritmico: $\lim_{n\to\infty} \frac{\log 1/a_n}{n} = \begin{cases} \lambda < 1 & \text{DIVERGENTE} \\ \lambda > 1 & \text{CONVERGENTE} \end{cases}$

Criterio de Pringsheim: $\alpha \,/\, \lim_{n\to\infty} n^\alpha a_n = \lambda \begin{matrix} \neq 0 \\ \neq \infty \end{matrix} \Bigg\} \begin{matrix} \alpha > 1 & \text{Convergente} \\ \alpha \leq 1 & \text{Divergente} \end{matrix}$

SERIES ALTERNADAS :

$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots$ con $a_n \geq 0$ es convergente si : a) $a_{n+1} \leq a_n \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$

b) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

SERIE ARMONICA :

$\frac{1}{1^\alpha} + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \cdots + \frac{1}{n^\alpha} + \cdots$ Convergente si $\alpha > 1$

Divergente si $\alpha \leq 1$

SERIE DE TERMINOS COMPLEJOS

$C_n = a_n + i b_n$; C_n es convergente si y solo si son convergentes $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b$

ABSOLUTAMENTE CONVERGENTE

Una serie es absolutamente convergente si es la serie asociada de los módulos convergente.

$\sum^{\infty} C_n = \sum^{\infty} (a_n + i b_n)$ es abs. conv. si converge $\sum_{n=1}^{\infty} |C_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$