

3.4 TRABAJO, ENERGÍA Y FUERZAS CENTRALES. (29 Problemas)

1.- Se tiene un plano inclinado de 18° y de 46 m de largo. Desde su extremo superior se deja deslizar un cuerpo. Calcular el espacio que recorre si la mitad superior del plano tiene un coeficiente de rozamiento de 0.1 y la mitad inferior de 1.2.

2.- Calcular la aceleración con que sube el bloque de 80 Kg por el plano inclinado de la figura y el valor de la tensión de la cuerda. La polea no tiene más misión que permitir el paso de la cuerda que es inextensible y de peso despreciable. El coeficiente de rozamiento entre el bloque de 80 Kg y el plano 0,2. Hallar la variación de energía cinética del bloque de 80 Kg cuando el bloque de 100 Kg baja una distancia de 1m.

3.- Un cuerpo de masa 1 Kg se mueve sobre un plano inclinado 30° respecto a la horizontal recorriendo una distancia de 20 m hasta llegar al plano horizontal sobre el que se apoya el plano inclinado, recorriendo en horizontal 10 m hasta detenerse completamente.

1º ¿ Cuánto vale el coeficiente de rozamiento dinámico ?.

2º ¿ Qué energía se consume en vencer la fuerza de rozamiento durante el trayecto por el plano inclinado ?.

3º ¿ Qué energía se emplea en vencer las fuerzas de rozamiento durante el trayecto por el plano horizontal ?.

4º ¿ Con qué velocidad llega al plano horizontal ?.

4.- Una mujer transporta un gran cubo de agua a la parte más alta de una torre de 40m de altura a una velocidad constante. El cubo tiene una masa de 10 Kg e inicialmente contiene 30 Kg de agua, pero a través de un orificio se pierde agua a ritmo constante, de modo que cuando se alcanza la parte más alta de la torre sólo contiene 10 Kg de agua.

a) Expresar mediante una ecuación la masa del cubo más la masa de agua en función de la altura ascendida.

b) Determinar el trabajo realizado por la mujer sobre el cubo.

5.- El cuerpo A de la figura tiene una masa de 2 Kg. Partiendo del reposo resbala 4 m sobre un plano muy liso (inclinado 30° sobre la horizontal) hasta que choca con un resorte (supuesto sin masa) cuyo extremo está fijo al final del plano. Si la constante del resorte es $K=100 \text{ N/m}$ calcular:

a) Su máxima deformación y la posición a la que volvería el cuerpo A al estirarse de nuevo el muelle.

b) ¿ Cuál hubiese sido el resultado si el plano hubiese tenido un coeficiente de rozamiento cinético $\mu_c = 0.2$?. En este último caso ¿ qué coeficiente de rozamiento estático μ_e , impediría el estiramiento posterior del muelle ?.

6.- Un vagón de masa m se desliza sin rozamiento por una montaña rusa con un rizo como el indicado en la figura. El rizo circular tiene un radio R. El vagón parte del reposo a una altura h por encima de la parte inferior del rizo. ¿Cuál es la energía cinética del vagón cuando alcanza la parte superior del rizo? ¿cuál es su aceleración en la parte superior del rizo admitiendo que no se sale de la vía? ¿cuál es el menor valor de h si el vagón ha de alcanzar la parte superior del rizo sin salirse de la vía?.

7.- Desde el punto más alto de una esfera de radio R se desliza libremente sin rozamiento ni velocidad inicial un cuerpo de masa m.

a) Determinar el punto en que abandona la superficie esférica.

b) Calcular la energía cinética con que llegará al suelo. (Supongamos que la esfera está en reposo sobre un suelo horizontal).

3.4 TRABAJO, ENERGÍA Y FUERZAS CENTRALES. (29 Problemas)

8.- En el sistema de la figura:

- Encontrar la relación entre los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de A y de B. Si inicialmente el cuerpo A se movía hacia la derecha a una velocidad de $v_0 = 1 \text{ m/s}$ encontrar:
- La aceleración de cada bloque y la tensión de la cuerda.
- La distancia recorrida por A desde dicho momento inicial hasta que se para.
- Demostrar que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento durante el desplazamiento se ha invertido en varia la energía de los dos bloques.
- ¿Para qué valor de $\mu_{\text{estático}}$ después del movimiento anterior, los bloques se quedarán parados?

Datos: $m_A = 1,5 \text{ Kg}$; $m_B = 1,0 \text{ Kg}$; $\theta = 30^\circ$; $\mu_{\text{cinético}} = 0,1$

9.- Un esquiador inicia desde el reposo un descenso de altura H respecto al centro de una colina circular de radio R. Suponiendo despreciable el rozamiento, calcular el valor mínimo de H para el cual el esquiador permanece en contacto con la nieve en la parte superior de la colina. El esquiador inicia su descenso desde la parte superior a la colina con una velocidad inicial pequeña v_0 , calcular su velocidad en función del ángulo θ y el ángulo θ en que se pierde el contacto de los esquís con la pendiente.

10.- Vamos a trabajar con el esquema de la figura. Consta de una determinada trayectoria y un muelle cuya constante de recuperación es K.

Se dispone de una esfera de masa $m_1 = 2 \text{ Kg}$, que se apoya sobre el muelle.

Se comprime éste 1 cm y en ese momento se suelta, de modo que la esfera rueda sin deslizar.

- Calcúlese la constante del resorte K, sabiendo que la velocidad en el punto D es 10 m/s.
- Calcúlese la velocidad en los puntos A, B y C. ¿Cuál será el radio de curvatura mínimo r, tal que la esfera no abandone la trayectoria en el punto C?
- Si la esfera fuese un cilindro con la misma masa, ¿cómo se modificarían las velocidades en los puntos A, B y C, si se supone la misma constante k en el resorte?
- ¿Cuál será la altura máxima del punto C que permitiría el paso de la esfera y el cilindro?
- ¿Qué relación debería existir entre las velocidades del cilindro y la esfera, si ambos tuvieran la misma energía cinética de rotación?
- La esfera m_1 , choca en el punto D con otra de masa $m_2 = 5 \text{ kg}$ que se encuentra en reposo. Determinése las velocidades después del choque?. i) En el caso elástico. ii) En el caso totalmente inelástico.

$$I_{\text{esfera}} = \frac{2}{5} MR^2 \quad I_{\text{cilindro}} = \frac{1}{2} MR^2$$

11.- Un saco se empuja suavemente por el borde de una pared en A y cae sin velocidad inicial oscilando en un plano vertical colgado del extremo de una soga de 4 m que puede soportar una tensión máxima igual a dos veces el peso del saco.

- Determinar la diferencia de cota h entre el punto A y el punto B para el cual se rompe la cuerda.
- ¿A qué distancia de la pared vertical caerá al suelo el saco?.

3.4 TRABAJO, ENERGÍA Y FUERZAS CENTRALES. (29 Problemas)

12.- Sean los dos campos vectoriales siguientes:

$$\vec{A} = -(2ax + 3x^2z^2)\vec{i} - (2by + 3y^2z^4)\vec{j} - (2x^3z + 4y^3z^3)\vec{k}$$

$$\vec{B} = (x^2y + \frac{1}{3}y^3)\vec{i} + (x^3 + 3y^2x)\vec{j} + z^3\vec{k}$$

- ¿Cuál corresponde a un campo de fuerzas conservativo ?
- Para el campo de fuerzas conservativo ¿cuál es el campo de energía potencial del cual deriva?

13.- Siendo $\vec{A} = (3x^2 + 6y)\vec{i} - 14yz\vec{j} + 20xz^2\vec{k}$, hallar la circulación de \vec{A} a lo largo de las siguientes trayectorias

- $x = t, y = t^2, z = t^3$ desde $t = 0$ hasta $t = 1$
- La quebrada que une los puntos $(0,0,0), (1,0,0), (1,1,0), (1,1,1)$
- La recta que une los puntos $(0,0,0)$ y $(1,1,1)$

14.- Una partícula de masa m , se mueve bajo la acción de una fuerza de atracción, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia $F = -K/r^2$. La trayectoria es un círculo de radio r . Encontrar:

- La expresión de la energía total de la partícula.
- La velocidad de la partícula.
- El momento angular de la partícula.

15.- Un punto P de masa unidad se encuentra a una distancia "d" del centro de la tierra dada por $d = Rx$ siendo $x \geq 1$. Se conoce el radio de la tierra ($R = 6370$ Km) y $g = 9,8$ m/s². Hallar:

- Energía que habrá que suministrar a la unidad de masa para llevarla desde el suelo al punto.
- Resolver el apartado anterior para $x = 2$ y $x = \infty$.

16.- Cinco masas iguales M están equidistantes sobre el arco de una semicircunferencia de radio R como se indica en la figura. Se sitúa una masa m en el centro de curvatura del arco. Si $M = 3$ Kg, $m = 2$ Kg y $R = 10$ cm. ¿Cuál es la fuerza sobre m debida a las cinco masas M ?

17.- Sabiendo que un astro tiene en el afelio, que está a una distancia del sol de $2 \cdot 10^8$ Km, una velocidad lineal de 50 Km/s. ¿Cuál será la velocidad lineal en el perihelio, que dista del sol $7 \cdot 10^7$ Km?

18.- Un satélite artificial gira alrededor de la tierra.

- Demostrar que la órbita del satélite es plana.
- Si la órbita es circular de radio $2R$, siendo R el radio de la tierra, ¿cuál es la velocidad del satélite?

19.- Una nave espacial de masa $9,979 \cdot 10^3$ Kg órbita alrededor de la luna con un período de 119 min. Su distancia media desde el centro de la luna es de $1,849 \cdot 10^3$ Km. Suponiendo la órbita circular y la luna una esfera uniforme, calcular:

- La masa de la luna.
 - La velocidad de la nave.
 - La energía mínima requerida para que la nave escape de la gravedad de la luna. Si un cometa se acerca a la superficie de la luna hasta una distancia de 10 km y órbita con un período de 10h.
 - ¿Cuánto podría alejarse de ella?
- Radio luna = $1,74 \cdot 10^6$ m $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ (unidades S.I.)

3.4 TRABAJO, ENERGÍA Y FUERZAS CENTRALES. (29 Problemas)

20.- Un lanzadera, coloca un satélite a 14.000 Km de la superficie terrestre, con una velocidad de 5 Km/s, que forma un ángulo de $78,52^\circ$ con la vertical.

- Justificar que la órbita es cerrada.
- Determinar los valores del apogeo (r_a) y del perigeo (r_p) de la órbita.
- Calcular el período orbital.

$$M_T = 6.10^{24} \text{ Kg} \quad R_T = 6,4.10^6 \text{ m} \quad G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$$

21.- Dos objetos celestes de masa M y m , separados una distancia d , giran en órbitas circulares alrededor de su centro de masas. Obtener el período de cada uno de ellos, admitiendo que forman un sistema aislado.

Aplicar el resultado a Plutón y su luna Charón, que distan entre sí 19.700 Km y cuyas masas suman $1,48.10^{22}$ Kg, calcular el tiempo que tarda la luna en dar una vuelta alrededor de Plutón. $G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$.

22.- Dos masas esféricas iguales, de $m = 6,4$ Kg cada una, están fijadas a dos puntos separados 16 cm. Una tercera masa se suelta en un punto A equidistante de las masas anteriores y a una distancia de 6 cm de la línea que los une. Si suponemos que la masa móvil es de $m' = 100$ gr. Calcular:

- La aceleración de dicha masa cuando está en las posiciones A y B.
- Velocidad que llevará cuando pase por B.

23.- Hallar la fuerza gravitatoria ejercida por una varilla delgada y homogénea de masa M , densidad ρ , sección S y longitud L , sobre una masa puntual m situada en el eje de la varilla a distancia "a" del centro de la varilla ($a > L/2$).

24.- Un cohete sale de la tierra en dirección radial, queremos que se aleje infinitamente de ella, suponiendo que la tierra está aislada en el espacio. ¿Cuál será la velocidad que tiene que llevar cuando se encuentre a 10.000 Km?

$$M_T = 6.10^{27} \text{ gr} ; \quad G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2 ; \quad R_T = 6340 \text{ Km}$$

25.- Considerar el campo gravitatorio (CG) producido por dos partículas, B con masa $m_B=2$ Kg colocada en el origen de coordenadas, y la partícula C colocada en la posición $x_c=6$ m. del eje X, con masa $m_c=8$ Kg.

- Desarrollar las ecuaciones del CG en las regiones $x < x_B$, $x_B < x < x_c$ y $x_c < x$.
- Encontrar los puntos en que el CG es cero.
- Dibujar una gráfica del CG en la región $-6 < x < +12$

26.- Un objeto se coloca en un tunel recto y liso, cavado entre dos puntos de la superficie terrestre. Demostrar que el objeto describe un m.a.s. y encuentre el período de tal movimiento. Ver figura.

$$G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2 \quad R_0 = 6,37.10^3 \text{ Km} \quad M_0 = 5,98.10^{21} \text{ Tn}$$

27.- Calcular el campo gravitatorio creado por un anillo de radio R , masa m y sección despreciable, en un punto del eje del anillo situado a una distancia d del centro.

28.- Dentro de una esfera homogénea de radio R y masa M , se han formado dos huecos esféricos de radios $\frac{R}{2}$ y $\frac{R}{4}$, según la figura, con centros en C_1 y C_2 respectivamente.

Calcular la intensidad de campo gravitatorio que la masa rayada crea en el punto m .



3.4 TRABAJO, ENERGÍA Y FUERZAS CENTRALES. (29 Problemas)

29.- La densidad de la tierra en un punto situado a una distancia r , del centro de la misma viene dada por la expresión $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{3}{4} \frac{r^2}{R^2} \right)$, siendo $\rho_0 = 10 \text{ g/cm}^3$ y

$R = 6370 \text{ Km}$. Se pide:

- La masa de la tierra.
- Sean g y g_0 los valores de la gravedad a distancias r y R del centro de la tierra, hallar g/g_0
- El valor de g/g_0 en el caso de $r = R/2$

www.problemasresueltos.com

