

3.2 CINEMÁTICA. (30 Problemas)

1.- El radio vector de un punto material viene dado por: $\vec{r} = R(\cos \omega t \hat{i} + \sin \omega t \hat{j})$ donde R y ω son constantes, determinar :

- La ecuación de la trayectoria .
- El vector velocidad y demostrar que es perpendicular a $\dot{\vec{r}}$ en un instante dado.
- La aceleración vectorial y demostrar que está dirigida hacia el origen.

2.- Un punto parte del reposo y se mueve en el plano XY de manera que a_y es proporcional al tiempo y $a_x = 90 \text{ cm/s}^2$ permanece constante. Suponiendo que el valor de la aceleración del punto sea $1,5 \text{ m/s}^2$ al cabo de 4 seg. de iniciarse el movimiento, hallar la velocidad para $t = 6 \text{ seg.}$

3.- Dada la dependencia de la velocidad con la posición en un movimiento rectilíneo mostrada por la siguiente gráfica (ver figura), determinar la dependencia con el tiempo de la aceleración, velocidad y posición del móvil, sabiendo que $x(0) = 0,75 \text{ m.}$

4.- Un cuerpo, inicialmente en reposo ($\theta = 0$, $\omega = 0$ en $t = 0$) es acelerado en una trayectoria circular de $1,3 \text{ m}$ de radio de acuerdo con la ecuación $\alpha = 120t^2 - 48t + 16$. Halle la posición angular, la velocidad angular y las componentes intrínsecas de la aceleración en función del tiempo.

5.- Un cuerpo se desplaza a lo largo de una curva plana de modo que sus coordenadas rectangulares en función del tiempo vienen dadas por: $x = 2t^3 - 3t^2$, $y = t^2 - 2t + 1$, estando x e y en metros y t en segundos. Calcular: a) la posición del móvil cuando $t = 1 \text{ s.}$ b) Las componentes de la velocidad en cualquier instante, particularizar para $t = 1 \text{ s.}$ c) El vector velocidad en función del tiempo, particularizar para $t = 0 \text{ s.}$ d) Las componentes rectangulares de la aceleración en función del tiempo, particularizar para $t = 1 \text{ s.}$ e) El vector aceleración en función del tiempo, particularizar para $t = 0 \text{ s.}$ f) Los tiempos en que la aceleración es paralela al eje Y.

6.- Un movimiento rectilíneo es tal, que su velocidad viene dada por la ecuación $v = 3x + 1$. Hallar sus ecuaciones horarias sabiendo que el origen de tiempos y de espacios coinciden.

7.- La ecuación de la aceleración en función de la velocidad de una partícula en una trayectoria recta es : $a = 3\sqrt{1 - v^2}$, sabiendo que el móvil parte del reposo y que el origen de tiempos y espacios coinciden; calcular las ecuaciones de este movimiento. ($x = x(t)$, $v = v(t)$, $a = a(t)$)

8.- Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta horizontal con una aceleración $a = 6\sqrt[3]{s}$. Cuando $t = 2 \text{ sg}$ su desplazamiento es $s = 27 \text{ m}$ y su velocidad $v = 27 \text{ m/s}$. Calcular la velocidad y la aceleración de la partícula cuando $t = 4 \text{ sg.}$

9.- Un punto se mueve sobre una circunferencia según la ley $\omega = t^2 + 4t + 2$ siendo ω la velocidad angular en radianes por segundo con respecto al centro de la circunferencia y t el tiempo en segundos. Si el ángulo descrito es 10 radianes cuando $t = 2 \text{ sg.}$ ¿ Cuánto valdrá cuando $t = 3 \text{ sg.} ?$

3.2 CINEMÁTICA. (30 Problemas)

10.- Un volante de 2 m de diámetro gira a razón de 200 r.p.m y se hace retardar uniformemente hasta que se para en 1 minuto por medio de un freno. Calcular :

- La aceleración angular.
- La velocidad angular 30 s después de que el freno haya sido aplicado.
- Las aceleraciones normal y tangencial en ese instante.
- El número de revoluciones dadas antes de detenerse.

11.- La velocidad que provocan unos remeros a una barca es de 8 Km/h. La velocidad del agua de un río es de 6 Km/h y la anchura de tal río 100 m.

- Suponiendo la posición de la proa perpendicular a las orillas, calcular el tiempo que tarda la barca en cruzar el río y la distancia a que es arrastrada, aguas abajo, por la corriente.
- ¿ En qué dirección debe colocarse la proa de la barca para alcanzar el punto de la orilla opuesta situado enfrente del de partida ?
- ¿ Qué velocidad, respecto a la tierra, lleva la barca en los dos casos estudiados?
- ¿ Cuánto tiempo tarda en atravesar el río?

12.- Dos aviones están situados en la misma vertical; la altura sobre el suelo de uno de ellos es cuatro veces mayor que la del otro. Pretenden bombardear el mismo objetivo. Siendo la velocidad del más alto v , ¿ qué velocidad debe llevar el más bajo?

13.- Un estudiante de física curioso y un montañero escalan un acantilado de 50 m que está suspendido sobre una charca de agua tranquila. El estudiante de física lanza dos piedras verticalmente hacia abajo con 1s de diferencia y escucha un solo "splash". La primera piedra tiene una velocidad inicial de 2 m/s.

- ¿En qué instante después de lanzar la primera piedra golpearán el agua las dos piedras?.
- ¿Qué velocidad inicial deberá tener la segunda piedra si ambas chocan con el agua simultáneamente?.
- ¿Cuál será la velocidad de cada piedra en el instante en el que chocan con el agua?

14.- Se deja caer una piedra desde un globo que asciende con una velocidad constante de 3 m/s, si llega al suelo a los 3 s.

Calcular:

- Altura a la que se encontraba el globo cuando se soltó la piedra.
- Distancia globo piedra a los 2 s del lanzamiento. Tomar $g=10 \text{ m/s}^2$

15.- Desde lo alto de una torre de 100 m de altura se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con la velocidad de 15 m/s. La piedra llega a una determinada altura y comienza a caer por la parte exterior de la torre. Calcular la posición y la velocidad de la piedra al cabo de 1 s. y 4 s. después de su lanzamiento. ¿Cuál es la altura alcanzada por la piedra y qué tiempo tarda en alcanzarla ?. Asimismo calcular la velocidad cuando se encuentra a 8 m. por encima del punto de partida y cuando cayendo pasa por el citado punto de partida. ¿ Cuánto tiempo transcurre desde que se lanzó hasta que vuelve a pasar por dicho punto? ¿ Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo y qué velocidad lleva en ese momento ? Tomar $g=10 \text{ m/s}^2$.

3.2 CINEMÁTICA. (30 Problemas)

16.- Se lanza un proyectil desde un punto de coordenadas $(2,3,1)$ con velocidad $\vec{v}_0 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, en un lugar donde el vector de la gravedad es $\vec{g} = -10\vec{j}$ (sistema M.K.S).

Se pide:

- Para un instante genérico t los vectores aceleración, velocidad y posición en coordenadas cartesianas.
- La ecuación de la trayectoria.
- Las componentes intrínsecas de la aceleración y el radio de curvatura en el vértice de la parábola.

17.- Un arquero dispara una flecha que produce un fuerte ruido al chocar contra el blanco. La velocidad media de la flecha es de 150 m/s. El arquero escucha el impacto exactamente 1 s. después de disparar el arco. Si la velocidad del sonido es de 340 m/s. ¿A qué distancia se encuentra el blanco?

18.- Se lanza una pelota a una altura de 1,20 m del suelo, formando un ángulo de 45° con la horizontal, y una velocidad tal que el alcance horizontal hubiera sido de 120 m. A la distancia de 108 m del lugar de lanzamiento se encuentra un muro de 9 m de altura. ¿Pasará la pelota por encima del muro?

19.- Con un cañón se dispara un proyectil desde un punto A, sobre un punto B, tal que $AB = 2000$ m, estando A y B a la misma altura. El proyectil sale con una velocidad de 700 m/s.

Determinar el ángulo de tiro y la altura máxima de la trayectoria.

20.- Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de 30° con la horizontal, y al llegar a su extremo, queda en libertad con una velocidad de 10 m/s. La altura del edificio es 60 m y la anchura de la calle a la que vierte el tejado 30 m.

Calcular:

- Ecuaciones del movimiento de la pelota al quedar en libertad y ecuación de la trayectoria de forma explícita. (Tomar el eje x horizontal y el y vertical y positivo en sentido descendente).
- ¿ Llegará directamente al suelo o chocará antes con la pared opuesta ?
- Tiempo que tarda en llegar al suelo y velocidad en ese momento.
- Posición en que se encuentra cuando su velocidad forma 45° con la horizontal.

21.- En prácticas de tiro con arco, un arquero alcanza un blanco móvil con una flecha de madera de 32 g (ver figura). Cuando la flecha alcanza el móvil, éste se encuentra 9 m por encima del suelo y su velocidad v_b es paralela a la horizontal. Sabiendo que la flecha alcanza al blanco por detrás con una velocidad $v_f = 100$ m/s y bajo un ángulo de 30° con la vertical y que el blanco (junto con la flecha) cae al suelo en 1.5 s., 15 m. más adelante del punto en el que fue alcanzado.

Hallar:

- La masa del blanco.
- La velocidad v_b que llevaba el blanco cuando fue alcanzado.

3.2 CINEMÁTICA. (30 Problemas)

22.- Un proyectil de masa m , supuesto puntual, se dispara desde el punto O , situado en el suelo, con una velocidad inicial v_0 y un ángulo α sobre la horizontal. Respecto del punto O :

- 1) Calcula el momento angular del proyectil como función del tiempo. Haz un esquema en el que muestres las variables involucradas.
- 2) Determinar la tasa de cambio con respecto al tiempo del momento angular del proyectil.
- 3) Calcula el momento del peso del proyectil y compara los resultados de los apartados segundo y tercero.
- 4) Calcula numéricamente el momento angular del proyectil cuando llega al suelo, siendo $m = 15 \text{ g}$, $v_0 = 400 \text{ Km/h}$, y $\alpha = 60^\circ$

23.- Una estrella del decatlon está atrapada en el tejado de un edificio en llamas. Conservando su sangre fría y con ayuda de lápiz, papel y calculadora tiene que decidir si brinca al otro edificio ya sea corriendo con una velocidad horizontal hasta el borde o usando la técnica del salto de longitud. El edificio contiguo se encuentra a 10 m. horizontalmente y 3 m hacia abajo. Su tiempo para una carrera de 100 m. es de 10,3 s. y su distancia en el salto de longitud es de 7,77 m. (Suponga que salta de forma óptima, es decir, formando un ángulo de 45° con la horizontal). ¿Qué método deberá usar para alcanzar el otro edificio a salvo?

24.- Desde el pie de un plano inclinado un ángulo α sobre la horizontal, se dispara un proyectil con velocidad inicial v_0 , y ángulo de tiro θ_0 , ($\theta_0 > \alpha$)

- a) ¿Cuál es el alcance R medido a lo largo del plano inclinado ?
- b) Comprobar que para $\alpha = 0$ la expresión de R se reduce a la del alcance horizontal.

25.- Un halcón está volando horizontalmente a 10,0 m/s en línea recta a 200 m. sobre la tierra. Un ratón que llevaba en sus garras se suelta de ellas. El halcón continúa en su trayectoria a la misma velocidad durante 2 s. más, antes de precipitarse a recuperar su presa. Para llevar a cabo la recaptura desciende en línea recta con velocidad constante y atrapa al ratón a 3 m. del suelo. Suponiendo que no hay resistencia del aire:

- a) Encuéntrase la velocidad del halcón, en el momento de capturar la presa.
- b) ¿Cuál es el ángulo que hace la trayectoria del halcón, durante el descenso, con la horizontal ?.
- c) ¿Durante cuánto tiempo vuela libremente el ratón ?.

26.- Un automóvil parte del reposo en una vía circular de 400 m de radio y se mueve con movimiento uniformemente acelerado hasta que a los 50 s de iniciada su marcha alcanza la velocidad de 72 Km/h, desde cuyo momento se conserva tal velocidad. Calcular:

- a) La aceleración tangencial en la primera parte del movimiento.
- b) La aceleración normal y la aceleración total, así como la longitud de la vía recorrida en los 50 s.
- c) La velocidad angular media en la primera etapa y la velocidad angular al cabo de los 50s.
- d) Tiempo que tarda el automóvil en dar 100 vueltas al circuito.

27.- Para un cuerpo que cae libremente desde una altura h , calcular aproximadamente cuál es la desviación respecto de la vertical debida a la aceleración de Coriolis.

- a) Si la caída se realiza en un punto de la superficie terrestre de latitud λ norte.
- b) Si la caída se realiza en un punto de la superficie terrestre de latitud λ sur.

3.2 CINEMÁTICA. (30 Problemas)

28.- Una varilla, de 1 m. de longitud, puede girar en una superficie horizontal, alrededor de un eje perpendicular que pasa por uno de sus extremos, O, con una velocidad angular de 0,5 r.p.m. En su movimiento arrastra una bolita B de 100 g. , la cual, manteniéndose siempre en contacto con la varilla, avanza con una velocidad, respecto a esta, dada por

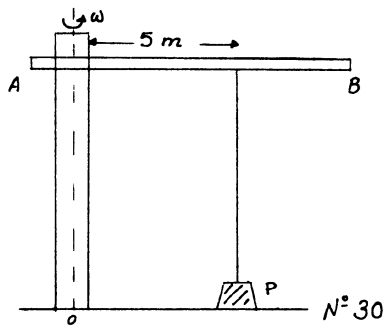
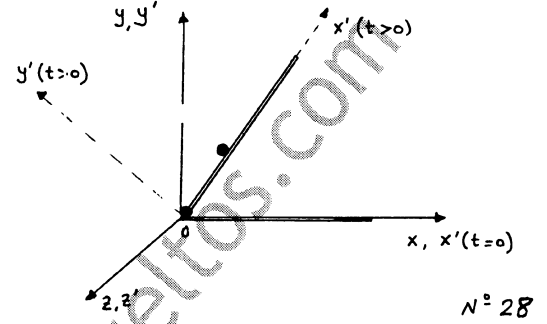
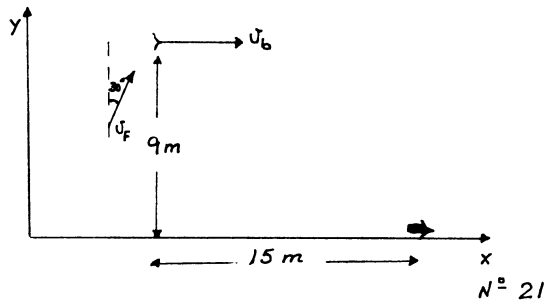
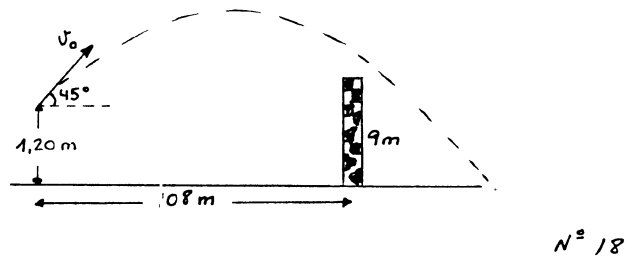
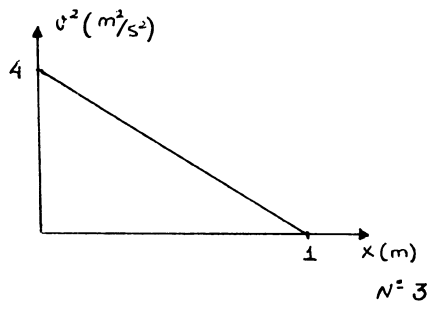
$v'_B = \frac{\sqrt{x'_B}}{15}$ m/s. En la figura se representa la posición inicial ($t = 0$) y otra posterior ($t > 0$).

Si a la distancia $d = 0.5$ m. de O hay un agujero A. ¿Llegará a caer en él la bolita?

29.- La caja de un ascensor de una mina desciende con una velocidad constante de 12 m/s. Calcular el módulo, dirección y sentido de la aceleración de Coriolis de la caja si el ascensor está situado:

- En el Ecuador.
- A 40° de latitud norte.
- A 40° de latitud sur.

30.- La grúa de la figura, lleva un brazo AB que gira a 0'628 rad / s. Se trata de levantar un peso, que en el instante $t=0$, está sobre el suelo, con una velocidad respecto al brazo de \sqrt{t} m/s. Hallar en $t = 10$ s. el radio de curvatura de la trayectoria del peso, respecto a un observador en O.



www.problemasresueltos.com