

**1.15 ECUACIONES DIFERENCIALES. ( 60 Problemas )**

1.- Resolver la ecuación diferencial:  $y'(x) = \frac{\text{sen } x}{y+1}$  con  $y(1) = 2$

2.- Resolver la ecuación diferencial:  
 $y'(x) \cdot \text{sen } x = y \ln y$  con  $y(\pi/2) = e$

3.- Resolver la ecuación diferencial:  $y'(x) = y + x$  con  $y(-1) = 1$

4.- Resolver la ecuación diferencial:  $(2x + 3y)dx + (y - x)dy = 0$

5.- Resolver la ecuación diferencial:  $(x + y)dx - (x - y)dy = 0$

6.- Resolver la ecuación diferencial:  $(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$

7.- Estudiar si la ecuación  $y^3 dx + 2(x^2 - xy^2)dy = 0$  puede ser reducida a una ecuación homogénea mediante el cambio  $y = z^\alpha$ . Resolver.

8.- Buscar  $\alpha$  para que la ecuación  $(y^4 - 3x^2)dy = -xy dx$  sea homogénea si  $y = z^\alpha$ . Resolver.

9.- Resolver la ecuación:  $y' + y = 2xe^{-x} + x^2$

10.- Resolver la ecuación:  $y' + y \cdot \cot g x = 2x \cos ec x$

11.- Resolver la ecuación:  $(y^2 e^{xy^2} + 4x^3)dx + (2xye^{xy^2} - 3y^2)dy = 0$

12.- Resolver la ecuación diferencial:  $e^x dy + (ye^x + 2x)dx = 0$

13.- Resolver la ecuación diferencial:  $(x + x \cos xy)dy + (y + y \cos xy)dx = 0$

14.- Resolver la ecuación:  $ydx + (x^2 y - x)dy = 0$

15.- Resolver la ecuación

$$(2xy^4 e^y + 2xy^3 + y)dx + (x^2 y^4 e^y - x^2 y^2 - 3x)dy = 0$$

16.- Buscar la condición para que la ecuación:

$$(y - xy^2)dx + (x + x^2 y)dy = 0$$

admita un factor integrante del tipo  $\mu(x, y) = \mu(x \cdot y)$ . Resolver la ecuación.

17.- Buscar un factor integrante de la forma  $\mu = \mu(x + y^2)$  en la ecuación diferencial  
 $(3x + 2y + y^2)dx + (x + 4xy + 5y^2)dy = 0$

18.- Resolver la ecuación diferencial:  $2xy \ln y dx + (x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1})dy = 0$

**1.15 ECUACIONES DIFERENCIALES. ( 60 Problemas )**

19.- Resolver la ecuación diferencial:  $dy / dx - y = xy^5$

20.- Resolver la ecuación diferencial:  $dy / dx + 2xy + xy^4 = 0$

21.- Resolver la ecuación diferencial:  $dy / dx + \frac{1}{3}y = \frac{1}{3}(1 - 2x)y^4$

22.- Resolver la ecuación diferencial:  $y' = y/x + x^3y^2 - x^5$  siendo  $y_1 = x$  una solución de la ecuación.

23.- Resolver la ecuación diferencial:  $y' = \cos x - y - y^2 \operatorname{tg} x \sec x$  siendo  $y_1 = \cos x$  una solución de la ecuación.

24.- Resolver la ecuación:  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y + 2}{1 + 2y - 4x}$

25.- resolver la ecuación:  $(2x - 5y + 3)dx - (2x + 4y - 6)dy = 0$

26.- Resolver la ecuación diferencial:  $y = px + \sqrt{4 + p^2}$  siendo  $p = dy / dx$

27.- Resolver la ecuación diferencial:  $y = 3px + 6y^2p^2$  siendo  $p = dy / dx$

28.- Resolver la ecuación diferencial:  $(px - y)(py + x) = 2p$  siendo  $p = dy / dx$ .

29.- Resolver la ecuación diferencial:  $(y - px)^2 = 1 + p^2$  siendo  $p = dy / dx$

30.- Hallar la solución de la ecuación diferencial  $(2x + 1)y'' - 4(x + 1)y' + 4y = 0$  siendo  $y_1(x) = x + 1$  solución de la ecuación.

31.- Hallar la solución de la ecuación:  $x^2y'' - x(x + 2)y' + (x + 2)y = 0$  si  $\frac{\phi_1(x)}{\phi_2(x)} = e^x$

32.- Resolver la ecuación diferencial:  $x^2y'' + 2xy' - 6y = 0$

33.- Resolver la ecuación diferencial:  $x^2y'' + 3xy' + y = 0$

34.- Resolver la ecuación diferencial:  $x^2y'' + 2xy' + 6y = 0$

35.- Resolver la ecuación diferencial:  $y'' - y = \operatorname{Sh}x + \cos x$

36.- Resolver la ecuación diferencial:  $y'' - 4y' + 4y = x^2$

37.- Resolver la ecuación diferencial:  $y'' - y' = e^x \operatorname{sen} x$

38.- Resolver la ecuación diferencial:  $y'' + y = 4x \cos x$

1.15 ECUACIONES DIFERENCIALES. ( 60 Problemas )

39.- Resolver la ecuación diferencial:  $y''+y = \sec x$

40.- Resolver la ecuación diferencial:  $y''-y = \frac{2e^x}{e^x - 1}$

41.- Resolver la ecuación diferencial:  $y'''+4y' = x$

42.- Resolver la ecuación diferencial:  $y''-y' = 2 \operatorname{sen} x$

43.- Resolver la ecuación diferencial:  $y''-4y' = x + 3 \cos x + e^{-2x}$

44.- Resolver la ecuación diferencial:  $y'''+y' = \operatorname{tg} x$

45.- Encontrar la función más general  $N(x,y)$  para que la ecuación siguiente sea exacta.  
 $(y \cos(xy) + e^x) dx + N(x, y) dy = 0$ .

46.- Hallar la curva tal que en cada punto  $(x,y)$  el segmento interceptado por la tangente en la parte positiva del eje  $y$  es igual a  $2xy^2$ .

47.- ¿Para qué valor de  $k$  es la función  $x^k$  un factor integrante de la siguiente ecuación diferencial?

$$(x^2 \cos xy) \frac{dy}{dx} + 3 \operatorname{sen} xy + xy \cos xy = 0. \text{ Resolver}$$

48.- sabiendo que  $y_1(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + C_3 x e^{2x}$ , es la solución general de la ecuación diferencial  $y''-5y'+8y-4y = 0$ , hallar la solución general de la ecuación diferencial  $y''-5y'+8y-4y = e^{2x}$

49.- Resolver la ecuación diferencial  $y' = x^2 + y$  en forma de serie. Resolver la ecuación diferencial mediante factor integrante. Suponemos  $y(0) = y_0$

50.- Resolver la ecuación diferencial  $y' = \frac{2x - y}{1 - x}$  buscando la solución en serie de potencias. Suponer  $y(0) = y_0$

51.- Resolver la ecuación diferencial  $y''+y = 0$ , utilizando series.

52.- Dada la ecuación diferencial  $4xy''+2y'+y = 0$

a) Resolver mediante el cambio de variable  $z = \sqrt{x}$

b) Resolver buscando una solución del tipo  $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{\alpha+n}$

53.- Haciendo uso de la diferencial de la función  $\operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ , encontrar la solución de la ecuación diferencial

$$\left( y + x \sqrt{x^2 + y^2} \right) dx + \left( y \sqrt{x^2 + y^2} - x \right) dy = 0$$

**1.15 ECUACIONES DIFERENCIALES. ( 60 Problemas )**

54.- Comprobar que el Wronskiano,  $W(x)$ , asociado a la ecuación diferencial  $y''+p(x)y'+q(x)y=0$  satisface la ecuación diferencial  $W'+p(x)W=0$

55.- Resolver la ecuación  $y''+y=-\frac{1}{x}$ , detallando el proceso de obtención de la solución particular.

56.- Sea  $y(x)$  una solución para  $x > 0$  de la ecuación  $ax^2y''+bxy'+cy=0$ . ¿Es la función  $\phi(x)=y(-x)$  una solución para  $x < 0$  ?

57.- Hallar la trayectoria ortogonal al haz de hipérbolas  $x^2 - y^2 = k$  que pasa por el punto  $(-1,-2)$

58.- Escribir la ecuación diferencial en  $y(t)$  en que queda transformada la ecuación  $ax^2 \frac{d^2y}{dx^2} + bx \frac{dy}{dx} + cy = 0 \quad x > 0$  cuando  $x = e^t$ .

59.- Dar la forma que tendrá la solución particular de la ecuación  $y''+2y'-3y=e^x + \cos x$ .

60.- Encontrar la solución general de la ecuación diferencial  $y''-2y'-3y=2e^{-x} + \cos x$