

**1.7 INTEGRALES SIMPLES. ( 98 Problemas )**

1.-  $\int \sqrt[5]{5x+6} \cdot dx$

2.-  $\int \sec^2 x \cdot \sqrt{\operatorname{tg} x} \cdot dx$

3.-  $\int \cot gx \cdot \sqrt{\log \operatorname{sen} x} \cdot dx$

4.-  $\int \frac{5^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \cdot dx$

5.-  $\int \frac{e^{\operatorname{arc} \operatorname{sen} x} \cdot dx}{\sqrt{1-x^2}}$

6.-  $\int \frac{\operatorname{sen} x - \cos x}{\operatorname{sen} x + \cos x} \cdot dx$

7.-  $\int \frac{x \cdot dx}{x^2 + 1}$

8.-  $\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x}$

9.-  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} (1 - \sqrt{x})}$

10.-  $\int \frac{dx}{(3x+1)^4}$

11.-  $\int \frac{dx}{\sqrt{-2x^2 + 3x}}$

12.-  $\int \frac{\sec x \cdot \operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \sec^2 x}}$

13.-  $\int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$

14.-  $\int \frac{x^4 - x^3 - x - 1}{x^3 - x^2} \cdot dx$

15.-  $\int x \cdot e^{-x^2} \cdot dx$

16.-  $\int \frac{8x^2 + 6x + 6}{x^3 - 3x^2 + 7x - 5} \cdot dx$

17.-  $\int \frac{\log 2x}{x \cdot \log 4x} \cdot dx$

18.-  $\int \frac{dx}{x \cdot (4 - (\log x)^2)}$

19.-  $\int \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{4 + x^2} \cdot dx$

20.-  $\int \frac{\operatorname{sen} x \cdot dx}{1 + 4 \cdot \cos^2 x}$

21.-  $\int \frac{dx}{1 + \operatorname{tg} x}$

22.-  $\int \frac{\cos x \cdot dx}{\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x}$

23.-  $\int \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos^4 x} \cdot dx$

24.-  $\int \frac{dx}{\sqrt{\cos x \cdot (1 - \cos x)}}$

25.-  $\int \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + x + 1}} \cdot dx$

26.-  $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{4 + x^2}}$

27.-  $\int \log(x+1) \cdot dx$

28.-  $\int x \cdot \log(x+1) \cdot dx$

29.-  $\int x^3 \cdot \sqrt{x^2 - a^2} \cdot dx$

30.-  $\int x \cdot \cos^2 2x \cdot dx$

31.-  $\int e^x \cdot \frac{(1 + \operatorname{sen} x)}{(1 + \cos x)} \cdot dx$

1.7 INTEGRALES SIMPLES. ( 98 Problemas )

32.-  $\int \text{sen}(\log x) \cdot dx$

39.-  $\int_0^1 \frac{dx}{1-x}$

33.-  $\int \text{sen } 5x \cdot \cos 4x \cdot dx$

40.-  $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$

34.-  $\int \frac{\text{sen } x \cdot \cos^2 x}{1+a^2 \cos^2 x} dx$

41.-  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1-\text{sen } x}} \cdot dx$

35.-  $\int \frac{x^2 dx}{1+x^4}$

42.-  $\int_0^{\pi/2} \sec x \cdot dx$

36.-  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4-\text{sen}^2 x}$

43.-  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}$

37.-  $\int_0^{\log 5} \frac{e^x \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} \cdot dx$

44.-  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$

38.-  $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$

45.-  $\int_{-\infty}^6 \frac{dx}{(4-x)^2}$

46.- Calcular  $\int_1^2 \log x dx$  por el método de las sumas de Riemann.

47.- Calcular  $\int_0^1 xe^x dx$  por el método de las sumas de Riemann.

48.- a) Estudiar para qué valores de  $\alpha$  es convergente la integral  $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$

b) Demostrar que  $\int_0^1 (e^{\sqrt{t}} - 1)^{-1} dt$  es convergente.

49.- a) Calcular razonadamente el siguiente límite utilizando para ello una integral

definida  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \dots + \frac{n^2}{n^3} \right)$

b) ¿Qué valores de a y b maximizan el valor de  $\int_a^b (x-x^2) dx$ ? ¿Qué valores lo minimizan?

50.- a) Encontrar los valores del parámetro real "p" para los cuales convergen las

siguientes integrales impropias:  $\int_0^1 \frac{dt}{t^p}$   $\int_1^\infty \frac{dt}{t^p}$

b) Teniendo el apartado a) estudiar la convergencia de  $\int_0^\infty x^p e^{-x} dx$ .

1.7 INTEGRALES SIMPLES. ( 98 Problemas )

51.- Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\alpha}{n} \left( \operatorname{sen} \frac{\alpha}{n} + \operatorname{sen} \frac{2\alpha}{n} + \dots + \operatorname{sen} \frac{n\alpha}{n} \right)$$

52.- Calcular el área limitada por la parábola  $y = 4x - x^2$  y el eje OX.

53.- Calcular el área limitada por la curva  $y = x^3 - 6x^2 + 8x$  y el eje OX.

54.- Calcular el área de la figura limitada entre la curva  $x = -y^2 - y + 2$  las ordenadas  $y = -1$  e  $y = 0$ , y el eje OY.

55.- Calcular el área de la figura limitada por la curva  $x = y^2 + 4y$  y el eje OY.

56.- Calcular el área de la figura limitada por las parábolas  $y^2 = 4x$  y  $x^2 = 4y$

57.- Calcular el área comprendida entre las parábolas  $y = 6x - x^2$  e  $y = x^2 - 2x$

58.- Calcular el área de la figura limitada por las curvas  $y = e^x$   $y = e^{-x}$  y la recta  $x = 1$

59.- Calcular el área comprendida entre la estrofoide  $y^2(a+x) = x^2(a-x)$  y su asíntota.

60.- Calcular el área encerrada por la curva  $y^2 = x^2 - x^4$

61.- Calcular el área encerrada por la cardioide  $\rho = a(1 + \cos \alpha)$

62.- Calcular el área interior a la curva cerrada  $(x^2 + y^2)^2 - 2xy = 0$

63.- Calcular el área común entre la cardioide  $\rho = 1 + \cos \alpha$  y el círculo  $\rho = 3 \cos \alpha$

64.- Calcular la longitud del arco de curva  $y = 2 \cdot x \cdot \sqrt{x}$  entre  $x = 0$  y  $x = 2$

65.- Calcular la longitud del arco de curva  $y = \log \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  entre  $x = 2$  y  $x = 4$

66.- Calcular la longitud de la astroide  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$

67.- Calcular la longitud de la cardioide  $\rho = 2a(1 + \cos \alpha)$

68.- Hallar la longitud de un arco de cicloide  $\left. \begin{array}{l} x = a \cdot (t - \operatorname{sen} t) \\ y = a \cdot (1 - \cos t) \end{array} \right\}$

1.7 INTEGRALES SIMPLES. ( 98 Problemas )

69.- Hallar la longitud de la curva  $\left. \begin{array}{l} x = e^t \cdot \cos t \\ y = e^t \cdot \sen t \end{array} \right\}$  entre  $t=0$   $t=4$

70.- Encontrar el valor promedio de la función  $f(x) = \sqrt{4-x}$  en el intervalo  $[0,4]$ . ¿Para qué valor de  $x$  se obtiene dicho valor de la función? Dar una interpretación geométrica del resultado obtenido, representando gráficamente la función y su valor promedio en el intervalo indicado.

71.- Encontrar  $f'(\pi/4)$  para  $f(x) = \int_0^{\cos x} \frac{e^t dt}{1+t^2+t^4}$

72.- Encontrar el área exterior a la cardioide  $r = 1 - \cos \theta$  e interior a la circunferencia  $r = \cos \theta$

73.- Volumen del semielipsoide dado por la ecuación:  $z = \sqrt{64 - 4x^2 - y^2}$

74.- Sea S el sólido del primer octante limitado por el cilindro  $x^2 + y^2 = R^2$  y el plano  $x + Rz = R$ . Calcular el volumen de S mediante integración de las secciones perpendiculares al eje OX.

75.- Hallar el volumen del sólido del octante positivo cuyas secciones al cortar por planos horizontales son cuadrados y cuyas secciones al cortar por cualquier plano coordenado perpendicular a  $z = 0$  que contenga al eje OZ son cuadrantes de circunferencia de radio a.

76.- Sea R la región limitada por eje  $x$  y la parábola  $y = 4x - x^2$

- Calcular el volumen del sólido generado cuando R gira alrededor de la recta  $y = 6$
- Calcular el volumen del sólido generado cuando R gira alrededor de la recta  $x = -1$

77.- Calcular el volumen engendrado al girar el círculo  $x^2 + (y - 8)^2 = 4$  alrededor del eje OX.

78.- Dada la curva  $y^2 = x^3$  se pide:

- Volumen del sólido de revolución engendrado por la región limitada por la curva, el eje  $y = 0$  y la recta  $x = 1$ , al girar alrededor del eje  $x = 3$  y alrededor del eje  $y = -1$
- Longitud de la curva entre el origen y el punto  $x = 4$

79.- Estudiar la concavidad en R de la función  $F(x) = \int_0^x \frac{t}{\sqrt{a^2 + t^2}} dt$  con  $a \neq 0$

80.- Sea  $G(x) = \int_0^x \left( \int_0^u f(t) dt \right) du$ . Calcular las derivadas primera y segunda de G (x)

1.7 INTEGRALES SIMPLES. ( 98 Problemas )

81.- Encuentre la expresión más simplificada del elemento diferencial de la curva (dS) para la curva:

$$x = a(2 \cos t - \cos 2t) \quad \text{siendo } a \in \mathbb{R} \text{ fijo. Encontrar la longitud.}$$

$$y = a(2 \sin t - \sin 2t)$$

82.- Se considera la función  $F(x) = \int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt$  ( $x \geq 0$ ). Obtener  $F(0)$  y  $\frac{dF(x)}{dx}$

Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt}{x^3}$

83.- Representar de forma aproximada la gráfica de la función  $y^2 = \frac{1-x}{1+x}$  y calcular el área limitada por la curva y su asíntota.

84.- Resolver utilizando el método de Hermite:  $\int \frac{x^2 - 2}{x^3(x^2 + 1)^2} dx$

85.- Resolver utilizando el método de Hermite:  $\int \frac{x - 2}{(x^2 + x + 1)^2(x - 1)} dx$

86.- Resolver utilizando el método de Hermite:  $\int \frac{x^2 + 1}{(x - 1)(x^2 + 2)^2} dx$

87.- Calcular  $\int_0^1 \frac{x^3 \arcsen x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

88.- a) Calcular  $\int \sqrt{1 - \cos x} dx$

b) Calcular  $\int x \sqrt{a^2 + b^2 x^2} dx \quad a, b \in \mathbb{R}$

89.- Encontrar la expresión del elemento diferencial de arco en coordenadas polares a partir de su expresión en coordenadas rectangulares.

90.- Encontrar el área de la sección perpendicular al eje z por  $z = z_0$  del sólido encerrado por  $4x^2 + y^2 + z^2 = 64$

91.- Plantear la integral que conduce al área encerrada por la curva de ecuación  $\rho = \cos \alpha$

92.- Deducir la integral en  $(-\infty, \infty)$  en valor principal de la función

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

1.7 INTEGRALES SIMPLES. ( 98 Problemas )

93.- Se desean construir baldosas cuadradas de lado unidad grabando en ellas dos curvas que unan los vértices de la diagonal principal y dividan los ángulos correspondientes en tres partes iguales. La región interior a las curvas se pinta de un color y el exterior de otro. Si las curvas son arcos de polinomio de grado 3, obtener la relación entre la cantidad de ambos colores.

94.- Calcular el volumen del sólido generado cuando la región cuyo contorno son las curvas  $x = 4y - y^2$ ,  $x = 0$  gira alrededor del eje  $y$ .

95.- a) Calcular el siguiente límite utilizando una integral definida

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$$

b) Calcular  $\int_0^{\pi} \frac{1}{2} (\cos x + |\cos x|) dx$

96.- Si  $\int_0^{x^2} f(t) dt = x \cos \pi x$ , calcular el valor de  $f(4)$

97.- Calcular el valor promedio de la función  $f(x) = A \sin wx$  en  $\left[0, \frac{\pi}{w}\right]$ . Indicar el significado y hacer una interpretación geométrica del mismo.

98.- a) Demostrar que  $\int_a^b f(x) dx = \int_{a-c}^{b-c} f(x+c) dx$

b) Calcular  $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sec x \cdot \sin x \cdot dx$